ЛИТЕРАТУРА

1. Аминова А. В. *Проективные преобразования псевдоримановых многообразий.* – М.: Янус-К, 2003. – № 5. – С. 46–172.

2. Кириченко В. Ф. *Дифференциально-геометрические структуры на многообразиях.* – М.: МПГУ, 2003. – 495 с.

3. Кириченко В. Ф., Баклашова Н. С. *Геометрия контактной формы Ли и контактный аналог теоремы Икуты* // Матем. заметки. – 2007. – Вып. 82:3. – С. 347–360.

4. Blair D. E. *Contact manifolds in Riemannian geometry* // Lect. Notes Math. – 1976. – V. 509. – 146 p.

5. Olszak Z. *Locally conformal almost cosymplectic manifolds* // Colloq. Math. – 1989. – V. 57. – No 1. – P. 73–87.

Н. М. Токарев

Кубанский государственный университет, г. Краснодар,

nikitatok@gmail.com

ОБТЕКАНИЕ ПРОФИЛЯ С ИСТОЧНИКАМИ НА ГРАНИЦЕ

Рассмотрим задачу потенциального обтекания профиля S ($S = \partial Q$, Q – ограниченная односвязная область в R^2), если S – линия тока искомого поля скоростей $\bar{w}(x) = \{u(x), v(x)\}$, $x = (x_1, x_2) \in Q^+ = R^2 \backslash \bar{Q}$, и задана скорость на бесконечности $\bar{w}(x) = \{u_0, v_0\}$. Существует функция тока $\psi(x)$, такая, что

$$\bar{w}(x) = \left\{ \frac{\partial\psi(x)}{\partial x_2}, -\frac{\partial\psi(x)}{\partial x_1} \right\}, \ \psi(x) \equiv b_1 = \text{const на } S.$$

1. Функция $\psi(x)$ может быть представлена в виде

$$\psi(x) = (u_0 x_2 - v_0 x_1) + (q_1(y), E(x-y))_S, \ x \in Q^+, \qquad (1)$$

где $E(x) = \frac{1}{2\pi} \ln |x|$, $(\, , \,)$ – скалярное произведение в $L_2(S)$.

Справедливо утверждение [1]: линейная функция на S представляется потенциалом простого слоя, и это представление единственно, если потенциал Робена на S не равен нулю. Следовательно, представление (1) функции тока существует, и требуется определить функцию $q_1(y)$. Циркуляция Γ на S определяется равенством $\Gamma = (q_1, 1)_S$.

Если $u_0 = v_0 = 0$, $b \neq 0$, то $\psi(x)$ – потенциал Робена, $x \in Q^+$; обозначим через q^* плотность потенциала Робена в представлении (1). Известно [3], что $(q^*, 1)_S \neq 0$.

Функция тока $\Psi(x)$ общего решения задачи обтекания (с произвольной циркуляцией) представляется в виде

$$\Psi(x) = (u_0 x_2 - v_0 x_1) + (q_1(y) + \gamma q^*(y), E(x-y))_S, \ x \in Q^+,$$

где циркуляция $\Gamma = (q_1 + \gamma q^*, 1)_S$ может принимать любые значения при изменении γ.

Варьируя множитель γ, можно подобрать его значение так, что выполняется условие Жуковского – Чаплыгина схода потока с острой кромки крыла.

Разобьем S на две части: $S = S_1 \cup S_2$. Пусть $\psi(x)$ равна постоянной b_1 на S_1, а на S_2 равна b_2, $b_1 \neq b_2$. Точки разрыва определяют на S источник и сток равной интенсивности $b_2 - b_1$.

2. В вычислительном эксперименте S – профиль NACA №2412, [2]. Функции $q_1(y)$ и $q^*(y)$ вычислялись разложением по полной в $L_2(S)$ системе функций $\alpha_m^+(x)$ [1]. На рис. 1 представлена картина обтекания с условием Жуковского – Чаплыгина при угле $\alpha = 10^\circ$, $\psi(x)|_S = 0$, $\gamma = -0.19$; при этом модуль силы давления равен $|\bar{P}| = 2.17$. На рис. 2 при том же $\alpha = 10^\circ$ и $\gamma = 0.05$ на профиле S расположены источник и сток. Подбором величины $b_2 - b_1$ получено более физичное обтекание, и модуль силы давления равен $|\bar{P}| = 2.133$.

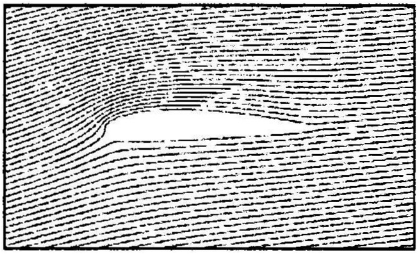

Рис. 1

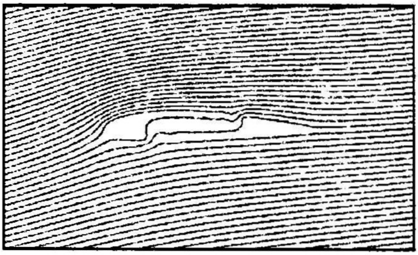

Рис. 2

Работа выполнена в рамках проектов №2.1.1/3828 и №2.1.1/12925 конкурсной программы "Развитие научного потенциала высшей школы (2009 – 2011 гг.)" Минобрнауки Российской Федерации.

ЛИТЕРАТУРА

1. Лежнев А. В., Лежнев В. Г. *Метод базисных потенциалов в задачах математической физики и гидродинамики.* – Краснодар: Кубанский гос. ун-т, 2009. – 134 с.

2. Jacobs E. N., Ward K. E., Pinkerton R. M. *The characteristics of 78 related airfoil sections from tests in the variable-density wind tunnel.* – T.R. No 460 Washington, D.C.: N.A.C.A., 1930. – 61 p.

3. Владимиров В. С. *Уравнения математической физики.* – М.: Наука, 1981.

А. С. Тощев

Казанский (Приволжский) федеральный университет,

sanchis.no@gmail.com

К НОВОЙ КОНЦЕПЦИИ АВТОМАТИЗАЦИИ ПРОГРАММНОГО ОБЕСПЕЧЕНИЯ

Существует множество инструментов для автоматизации разработки, например, такие современные интегрированные